مسألة القيمة الحدية الشاملة لديناميكا الفضاء

ريم مقبول القثامي

د. محمد عادل شرف
د. حسن محمد احمد عسيري

المستخلص

الأطروحة الحالية تهدف الى دراسة مسألة القيمة الحدية الشاملة والتي تختص بتعيين المدار بمعرفة متجهي الموضع عند نقطتين وزمن الإنتقال بينهما ويطلق عليها عادة مسألة **لامبرت الشاملة** والتي تعتبر من أهم المسائل في ديناميكا الفضاء نظرا لتطبيقاتها العديدة في مجال التهديف والمقابلة .خلال رحلة الفضاء تظهر جميع أنواع الحركة (اهليجي،مكافئ،زائدي).فمثلا الهروب من كوكب الرحيل والوصول الى الكوكب الهدف يتطلب مدارات زائدية بينما المرحلة المتوسطة للرحلة عادة تكون مدار اهليجي شمسي المركزوقد يكون أيضا مدار زائدي أو مكافئ شمسي المركز. من ناحية أخرى فإن بعض الأنظمة المدارية يتغير فيها المدار من نوع لآخر خلال فترة وجيزة من الزمن بسبب تأثير القوة المقلقة .الأمر الذي يظهر حاجتنا إلى استخدام تمثيلات دالية مختلفة للحركة تعتمد على الطاقة (اهليجي،مكافئ،زائدي)ونظام شفري يحتوي على تفرعات يمكنها أن تتكيف مع التحويل من نوع لآخر.بناء على ذلك تظهر حاجتنا الى صياغة شاملة حتى تكون مسألة تحديد المدار خالية من الصعوبات وحتى يكون التمثيل الدالي الوحيد صالح لوصف كل الحالات المحتملة.لهذة الأسباب ونظرا لأهمية المسألة الحدية الشاملة كما سبق وأسلفنا فإن الأطروحة الحالية تعنى بدراسة المسألة الحدية في صيغتها الشاملة.

تتألف الأطروحة من جزئين الجزء الأول من الأطروحة تم فية بحمد الله عرض خواص مسألة القيمة الحدية المدارية حيث عرض متجهي السرعة الطرفية بإحداثيات مختلفة والمدار الأقل طاقة بعناصرة المدارية المختلفة ثم انتقلنا للمدار الإهليجي الأساسي وعرضنا أيضا صور مختلفة لبارمتر المدار وتجدر الإشارة الى أن جميع الخواص الهندسية الآنفة الذكر أرفقت ببراهين تفصيلية لكلا منها .وعلاوة على ذلك فقد تم عرض مسألة لامبرت في كلا من القطوع المخروطية المختلفة (إهليجية – زائدية- مكافئة) بشكل تفصيلي مزودة بالبراهين الرياضية و الرسومات الهندسية.

الجزء الثاني من الأطروحة يختص بحل مسألة لامبرت في مختلف القطوع المخروطية بإستخدام كلا من:

- "طريقة (Gauss) " للمدارات الإهليجية حيث تم عرض معادلات الطريقة مع البراهين مضافا لها الخوارزمية الحسابية لإيجاد قيمة السرعة الإبتدائية v_1 والتي منها يمكن تعيين المدار.

- "الطريقة التكرارية"للمدارات الإهليجية حيث تم إيجاد قيمة نصف المحور الأعظم وتحديد قيم كلا من معاملات لاجرانج "g" ,"f" لإيجاد قيمة السرعة الإبتدائية .

كما تمت دراسة بعض الطرق المستخدمة لحل مسألة لامبرت الشاملة ومن ضمنها

- "طريقة السرعة الطرفية المقيدة" متضمنة المعادلات الأساسية والخوارزمية الحسابية الخاصة بها وبعض التطبيقات العددية.
- "الخوارزمية الحسابية" لحل مسألة لامبرت الشاملة والمعادلات الأساسية وبعض التطبيقات العددية لها.
- "طريقة باتن "متضمنة المعادلات الأساسية والخوارزمية الحسابية لحل المسألة بالإضافة الى استخدامها في حساب الخواص الهندسية لمسألة القيمة الحدية المداريةالتي تم عرضها في الجزء الأول حيث تم استغلال هذة الخواص كمعيار لدقة الحسابات .وعند تطبيق هذة الخوارزمية على 14 مدار من مدارات الإختبار المختلفة تم الحصول على نتائج عالية الدقة .

Universal Boundary-Value problem of Space dynamics

Reem Magboul Al-gethamie

Dr.Mohammed Adel Sharaf

Dr. Hassan Asiri

Abstract

The present thesis aims at studying the universal boundary value problem, which is concerned with the determination of an orbit from two position vectors and the time of flight between them, it is usually called **universal Lambert problem**. This problem has very important applications in the areas of rendezvous, targeting, guidance, and interplanetary mission.

During space mission all types of the two body motion (elliptic, parabolic, or hyperbolic) appear. For examples the escape from the departure planet and the capture by the target planet involve hyperbolic orbits,while the intermediate stage of the mission commonly depicted as a heliocentric ellipse , may also be heliocentric parabola or hyperbola. In addition , in some systems, the type of an orbit is occasionally changed by perturbing forces during finite interval of time. Thus far we have been obliged to use different functional representations for motion depending upon the energy state (elliptic, parabolic, or hyperbolic) and a simulation code must then contain branching to handle a switch from one state to another .In cases where this switching is not smooth, branching can occur many times during a single integration time-step causing some numerical "chatter". Consequently, universal formulations are desperately needed so that ,orbit predictions will be free of the troubles ,since a single functional representation suffices to describe all possible states.

For these resons, and the importance of the boundary value problem ,as mentioned brifly in the above ,the present thesis is devoted for the study of the boundary value problem in its universal form.

The present thesis comprise two parts: **in the first part** the properties of the orbital boundary value problem are presented including terminal velocity vectors with different coordinates and the minimum energy orbit with its various orbital elements. The fundamental ellipse is discussed, together with the various forms of its parameters. All of these properties are proved mathematically and illustrated geometrically.

The second part of the thesis is devoted to the solution of Lambert problem for different conic sections .In this respect we considered:

- "Gauss Method": for elliptic orbits, the equations of the method together with the computational algorithm are presented.
- "The iterative method" : for elliptic orbits ,by which the values of semi major axis and each Lagrange coefficients "f" and "g", are computed so as to determine the initial velocity v_1.

Also some methods for solving universal Lambert problem are discussed, including:

- "Linear terminal velocity constrain": for which, the basic equations, computational algorithms and some numerical applications are given.
- "Computational algorithms" to solve universal Lambert problem, and, the basic equations, some numerical applications are given.

"Battin's method": for which the basic equations and computational algorithms are given in full details .In addition, we implement the method to compute the geometric characteristics of the boundary value problem (demonstrated in the first part). Finally we made use of these computed geometric characteristics as criteria for accuracy checks of the calculations. The algorithms is applied to 14 orbits of different eccentricity, the numerical results are extremely accurate.